

Rezumatul cursului Algebra I, anul I, semestrul I

Trebuie sa asimilam corect urmatoarele concepte si teoreme:

Multimi si functii

- Sa stim sa **NEGAM corect** o propozitie matematica. Atentie mare la semnele: exista, oricare, si/sau.
- Operatii cu multimi (reuniune, intersectie, produs direct, etc.). Definitii corecte si teoremele de caracterizare ale functiilor injective, surjective, bijective. Trebuie sa stim sa calculam o retracta sau o sectiune a unei functii injective (respectiv, surjective), imaginea sau preimaginea unei multimi printr-o functie.
- Produsul direct de multimi si axioma alegerii. Relatii de ordine si Lema lui Zorn
- Relatii de echivalenta, clase de echivalenta, multime factor. Sa stim bine definitiile si sa tesam ca o relatie este sau nu de echivalenta si sa descriem clasele de echivalenta.
- Sisteme de reprezentati si proprietatea de universalitate a multimii factor (PUMF). Trebuie sa stim sa descriem un sistem de reprezentati si sa "calculam" multimi factor folosind PUMF.

Legi de compozitie grupuri.

– lege asociativa, element neutru, conceptele de semigrup, monoid; Legea asociativitatii generalizate; reguli de calcul intr-un monoid si morfisme de monoizi; elemente inversabile in monoizi;

– notiune de grup, morfism de grupuri, subgrupuri. exemple de grupuri; proprietati morfisme vs subgrupuri. Teorema de corespondenta pt. subgrupuri; teorema Cayley; subgrupul generat de o submultime; relatii de echivalenta pe un grup, indicele unui subgrup si teorema Lagrange.

– subgrupuri normale, grup factor; proprietatea de universalitate; teorema fundamentala de izomorfism si exemple concrete; ordinul unui element, teorema lui Euler si mica teorema Fermat; teorema de structura a grupurilor ciclice si lema chineza a resturilor;

– grupuri de permutari: inversiune, semn si morfismul signatura; cicli si proprietati de baza; descompunerea unei permutari din produs de cicli si aplicatii.

Inele si Corpuri

– conceput de inel, exemple de inele (inelul de matrici, etc), divizori ai lui zero, elemente inversabile, nilpotente, idempotente. Ideal sting/drept/bilateral; Operatii cu ideale si ideale generate de o submultime; Subinele si morfisme de inele (proprietati si teorema de corespondenta pentru ideale). produse de inele

– Inele factor, proprietatea de universalitate, teorema fundamentală de izomorfism pentru inele. Lema chineză a resturilor pentru inele și aplicații.

– conceptul de corp, subcorp, morfism de corpuri. Exemple de corpuri și construcția corpului numerelor complexe. Corpuri prime și structura lor. Caracteristica unui corp. Corpul de fracții al unui domeniu de integritate. Corpul cuaternionilor.